

KÓHIEGYI GERGELY*

Neumann János holisztikus tudományszemlélete a gazdasági egyensúly kapcsán

BEVEZETÉS

Neumann János 100 évvel ezelőtt, 1903. december 28-án született Budapesten. Tudományos tevékenysége a matematika hagyományos ágain kívül számos más tudományra is kiterjedt és rendkívül széles területeket ölelt fel. Korai halála ellenére igen terjedelmes életművet hagyott ránk, amely publikációinak számában is megmutatkozik. Ezenkívül több olyan elmélet megalkotása, illetve tisztázása fűződik nevéhez, amely a tudomány és technika későbbi fejlődése szempontjából alapvető fontosságúnak bizonyult. Egyes műveiből külön tudományágak fejlődtek, más munkáiban pedig olyan problémákat oldott meg „játszi könnyedséggel”, amelyek már hosszú idő óta foglalkoztatták az egyes szaktudományok kutatóit. Integratív szemléletmódja és munkamódszere többek között azon a különleges képességén alapult, hogy rendkívüli érzékkel látta meg különböző, egymástól akár igen távol eső hatókörrel rendelkező elméletek lényeges, illetve közös vonásait.

A kvantumelmélet matematikai megalapozása, az informatika elméleti alapjainak lefektetése, a játékelmélet útjára indítása, a kompakt operátorok elmélete, az ergodelmélet, a halmazelmélet axiomatizálása, a termodinamika, a parciális differenciálegyenletek területén és még számos más tudományterületen elért kiemelkedően fontos eredménye mellett szinte feledésbe merült egy először 1937-ben megjelent, mindössze 15 oldal terjedelmű tanulmánya (Neumann [1965]). A tanulmány eredeti címe: *Egy gazdasági egyenletrendszerrel és Brouwer fixponttételének egy általánosításáról*.

Ebben a tanulmányban egy közgazdasági modellt vázol fel, amelynek a mai domináns irányzatok mellett első látásra már csak elmélettörténeti jelentősége van. A modellt részletesebben megvizsgálva azonban kiderül, hogy több különböző gazdaságelméleti megközelítés közös magjának tekinthető. Ez azért is érdekes mert Neumann Jánosnak ez az egyetlen kifejezetten közgazdasági témájú tanulmánya. A kapcsolat a Brouwer-féle fixponttétellel szintén meglepő, mert előtte senki sem használt fixponttételeket az éppen ebben az időben még új tudománynak számító matematikai közgazdaságtanban. Ráadásul Neumann e tanulmányban a Brouwer-féle fixponttétel egy általánosítását adja, amely matematikatörténeti szempontból igen nagy jelentőségű.

Ennek a tanulmánynak elsődleges célja arra rámutatni, hogy a fent említett cikk segítségével

* 1071 Budapest, Dózsa György út 35.

képet alkothatunk arról a sajátos tudományos szemléletmódról, amellyel Neumann János a problémákat megragadta és összekapcsolta számos más, akár egészen távoli tudományterületek hatókörébe tartozó problémákkal és azok megoldásaival. Ez a holisztikus tudományos szemlélet valószínűsíthetően szerepet játszott e különösen sikeres probléma-megoldási sorozatban.

Mindezek alapján először megkíséreljük felvázolni Neumann közgazdasági modelljének alapvonalait, majd kitérni a modell közgazdasági elmélettörténeti és matematikatörténeti jelentőségére. Végül a modell kapcsán elért legfőbb eredmények interdiszciplináris vonatkozásain keresztül próbáljuk meg új megvilágításba helyezni Neumann János életművének e korai szakaszát.

PROBLÉMAFELVETÉS: A NEUMANN-MODELL

Neumann János közgazdasági modelljében a következő, általa „tipikus”-nak nevezett gazdasági jelenségeket kívánta megjeleníteni: Egyrészt „a javakat nemcsak a termelés természetes tényezőiből állítják elő, hanem elsősorban egymásból. E termelési eljárások körkörösök lehetnek, azaz a J_1 jószágot J_2 jószág segítségével állítják elő és J_2 -t J_1 segítségével.” (Neumann [1965], 160. old.) Másrészt egy bizonyos terméket általában többféle termelési eljárással elő lehet állítani és ezek nem feltétlenül ugyanolyan hatékonyak (jövedelmezőek). Harmadrészt pedig egy bizonyos termelési eljárás alkalmazása során többféle termék – Neumann szavaival élve: „melléktermék” – is keletkezhet, amelyek azonban nem feltétlenül károsak, sőt igen hasznosak is lehetnek egy másik termék előállításában. Felvetődik tehát a kérdés, hogy mely eljárásokat fogják használni a termelés során mint nyereséges és hatékony műveleteket, valamint hogy mi lesz a termékek ára. „A probléma nyilvánvalóan nem triviális, mivel mindkét részét csak a másik megválaszolása után lehet megválaszolni, azaz megoldása implicit.” (Neumann [1965], 162. old.)

Nézzük, hogyan öntötte matematikailag kezelhető formába Neumann a problémát. Először is a modell specifikálásakor néhány megszorító feltételezést tett: 1. Zárt gazdaságot feltételezett, amelyben nincsen külkereskedelem 2. Több időszakot feltételezett, amelyek megválasztása önkényes 3. A termelési arányokat változatlanoknak feltételezte, így a gazdasági növekedés egyetlen α konstanssal leírható 4. A kamattényezőt szintén egyetlen β konstanssal jellemezte. A fentiekén kívül még néhány technikai feltételezéssel élt, azonban ezek ismertetésétől most eltekintünk.

Ha a_{ij} -vel, illetve b_{ij} -vel jelöljük azt a mennyiséget, amelyet az i -dik eljárás a j -dik termékből felhasznál, illetve előállít, akkor a következő táblázatok elvileg a gazdaságstatisztikai adatok ismerete alapján kitölthetők.

Felhasználás					Termelés				
	Eljárás 1.	Eljárás 2.	...	Eljárás m.		Eljárás 1.	Eljárás 2.	...	Eljárás m.
x_1 termék	a_{11}	a_{21}	...	a_{m1}	x_1 termék	b_{11}	b_{21}	...	b_{m1}
x_2 termék	a_{12}	a_{22}	...	a_{2n}	x_2 termék	b_{12}	b_{22}	...	b_{2n}
...	a_{ij}	b_{ij}	...
x_n termék	a_{1n}	a_{nm}	x_n termék	b_{1n}	b_{nm}

Ebben a modellben, ha az i -dik termékből felhasznált mennyiséget x_i -vel, a j -dik termék árát pedig p_j -vel jelöljük, akkor a gazdasági egyensúly feltételei a következőképpen fogalmazhatók meg:

1. Egyik termékből sem használhatnak fel többet, mint amennyi rendelkezésre áll:

$$\alpha \sum_{i=1}^m a_{ij} x_i \leq \sum_{i=1}^m b_{ij} x_i, \quad j = 1, \dots, n$$

Ha valamelyik $j=k$ indexre szigorú egyenlőtlenség áll fenn, akkor $p_k=0$.

2. Egyik eljárás sem lehet nyereséges és a veszteséges eljárásokat nem használják:

$$\beta \sum_{j=1}^n a_{ij} p_j \geq \sum_{j=1}^n b_{ij} p_j, \quad i = 1, \dots, m$$

Ha azonban valamelyik $i=l$ indexre szigorú egyenlőtlenség áll fenn, akkor $x_k=0$.

A gazdasági egyensúly meghatározásának problémáját megfogalmazhatjuk úgy is, hogy nemnegatív árak és mennyiségek mellett, a mátrix-vektor jelölésekkel felírt következő funkcionál nyeregponjtát keressük:

$$\Phi(\mathbf{x}, \mathbf{p}) = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n p_j b_{ij} x_i}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n p_j a_{ij} x_i} = \frac{\mathbf{pBx}}{\mathbf{pAx}}$$

A MODELL KÖZGAZDASÁGI JELENTŐSÉGE

Az előzőekben vázolt Neumann modell látszólag semmi különleges vonással nem rendelkezik a későbbi közgazdasági modellekhez képest. Érdemes azonban egy kicsit közelebbről megvizsgálni a modell felépítését, mert a 20. század második felében rendkívül heves viták kiváltó oka volt. Különösen érdekessé teszi az a tény, hogy ezek a viták nem a szokásos módon, a modellt pártolók és a modell megállapításait ellenzők között robbantak ki, hanem két eltérő irányvonalat követő közgazdasági elméleti irányzat képviselői között.

A vitát az a sajátos helyzet váltotta ki, hogy a Neumann modellt mind az utilitarista filozófiát és a 19. század második felében kidolgozott marginalizmus hagyományait követő neoklasszikus iskola, mind a korábbi – **A. Smith, D. Ricardo, R. Malthus, J. S. Mill, W. N. Senior, K. Marx** stb. által képviselt – klasszikus közgazdaságtan hagyományait követő neokeynesianus és neoricardianus iskola sajátjának tekinti. Annak ellenére teszik ezt, hogy mind a Neumann előtti időkben, mind utána ellentétes nézeteket vallottak. A modell tehát „nemcsak számos korábbi fontos fejlemény szintézise és később napvilágot látott eredmény előrejelzése, hanem eltérő szemléletű (klasszikus – neoklasszikus; polgári-marxista) elméleti iskolák közös találkozási, illetve kritikus elágazási pontja.” (Zalai [2000a], 2. old.)

Az **Arrow** és **Debreu** (1954) munkássága nyomán kiteljesedett általános egyensúlyelméletben a neoklasszikus közgazdászok használják Neumann eredményeit, sőt a későbbi neoklasszikus makroökonómiai növekedési modellek alkotói is elődjüknek tekintik az időtényező bevezetése miatt.

A másik oldalon azonban a körkörös ártermelési kapcsolatokra, a tőkének a meghatározott összetételű termelési eszközök formájában való ábrázolására, a munkának a szükséges fogyasztáson keresztüli meghatározására helyezik a hangsúlyt. Ennek az irányzatnak a képviselői Neumann-t, mint a későbbiekben **Koopmans** (1951) által kidolgozott lineáris tevékenységelemzési modell (LTM) „feltalálójának”, illetve számos lineáris ár- és növekedési modell elődjének tekintik.

Mivel Neumann hatása a későbbi elméletekre mindkét oldalon vitathatatlan, ezért a vita inkább arra koncentrálódik, hogy mi, illetve mely elméletek motiválták Neumann-t modellje kidolgozásában. A tanulmányban nincsenek hivatkozások megjelölve és homályos kiindulópontként Neumann egyetlen talányos megjegyzésére lehet építeni: „Nyilvánvaló, hogy milyen elméleti modellnek felelnek meg a fenti feltevések.” (Neumann [1965a], 162. old.) Most már tudjuk, hogy ez egyáltalán nem nyilvánvaló.

Az általános egyensúlyelmélet első megfogalmazása, amely a neoklasszikus közgazdaságtan fő kutatási programját a 20. század második harmadáig kijelölte, 1871-ből való (Walras [2000]). **Walras** modellje tulajdonképpen egy szimultán egyenletrendszer volt, amelyben az egyensúly létezését az egyenletek és ismeretlenek számának egyezésével próbálta igazolni. Az egyensúly létezésével kapcsolatos problémák akkor merültek fel, amikor a svéd **Cassel** 1918-ban egyszerűsítette Walras modelljét (lásd például Zalai [2000b]). Ekkor ugyanis többen is kimutatták, hogy Walras módszere nem elégséges az egyensúly létezésének bizonyításához. **Káldor Miklós**, aki Neumann iskolatársa volt, visszaemlékezéseiben említi, hogy többek között ő ajánlott összefoglaló jellegű közgazdasági munkákat (például Cassel művét is!) Neumann-nak és a walrasi modell elégtelenségeit már Neumann maga is észrevette. Ezenkívül Neumann szoros kapcsolatban állt a bécsi matematikus körökkel, ahol **Karl Menger**, illetve **Wald** is dolgozott, aki az egyensúly létezésének első egzakt bizonyítását adta speciális esetre. Mindezek miatt Arrow álláspontja egyértelmű a kérdésben. A Nobel-díj átvételekor tartott előadásában így ír Neumann-ról: „*Tanulmánya Cassel modelljének továbbfejlesztett változatát tartalmazza egy stabilan növekvő gazdaságra.*” (Arrow [1979], 143. old.) Ha a nyeregponttételre, illetve az egyenlőtlenségekre gondolunk, jogosnak tűnik ez a feltételezés. Annál is inkább, mert a tanulmányában Neumann kétszer is hangsúlyozza: „*A probléma nem oldható meg az egyenletek szokásos kiválasztásával.*” (Neumann [1965a], 162. old.) Furcsának tűnik azonban, hogy egyáltalán nem utal az irányzat egyik központi fogalmának tekinthető hasznosságra és a fogyasztási oldalt teljesen figyelmen kívül hagyja.

A másik oldal véleménye is figyelemre méltó. „*Thompson közlése szerint Morgenstern azt gyanította, hogy Neumann esetleg Leontief [1928] dolgozatához juthatott hozzá*” (Zalai [2000a], 14. old.). Mindez azért is lehetséges, mert **Leontief** körkörös, lineáris termelési modelljének zárt változata tekinthető a Neumann-modell speciális esetének, arra az esetre, ha nincs ikertermelés, nincs technológiai választék, tehát a ráfordítások **A** mátrixa $n \times n$ -es, a **B** kibocsátási mátrix pedig az egységmátrix. Ez a megközelítés magyarázatot adna a körkörös termelési kapcsolatok megjelenítésére.

Egy harmadik magyarázat a modellnek azt a sajátos jellegét próbálja megragadni, hogy kerekei közt mind a polgári, mind a szocialista tervgazdaság elemezhető. **Kurz és Salvadori** [1995] felteszi, hogy Neumann ismerhette „egy szocialista hajlamú **Frobenius**-tanítvány” (Zalai [2000a], 15. old.), **Remak** dolgozatát, amely abban az időben nagy feltűnést keltett a berlini matematikus körökben. Remak modellje a ricardói hagyományokat követő „orosz iskola” modelljeivel rokon, azonban eszköztára meglehetősen elmaradott volt, így elutasításra talált. E magyarázat szerint Neumann modellje „válasz” lehetett a szocialista gazdaság helytelen leírására.

Akárhogyan is értelmezzük a Neumann modellt, látható, hogy a század egyik legnagyobb tudósa, tőle megszokott módon, a fixponttételt nem számítva is, valami nagyon alapvető, mély gondolatot fejezett ki ebben a jelentéktelennek tűnő tanulmányban.

A TÉTEL MATEMATIKATÖRTÉNETI JELENTŐSÉGE

Neumann János az általa felírt és közgazdasági jelentőségét tekintve igen fontos modellben egy önálló fixponttétel (Neumann-féle fixponttétel) segítségével bizonyítja be a gazdasági egyensúly létezését. Ez a fixponttétel, amelyet Neumann a cikkben mond ki és bizonyít először, különleges matematikatörténeti jelentőséggel bír.

A modern matematika egyik igen fontos eredményének, a Brouwer-féle fixponttételnek általánosítása többféle irányban lehetséges. Egyik lehetséges általánosítását végezte el **Kakutani** (1941) is, aki pont-halmaz leképezésekre határozta meg a fixpont létezésének feltételeit. Tétele a 20. századi matematikában és számos határterületen rendkívüli jelentőségű. Azt a megállapítást, hogy **Kakutani** (1941) fixponttétele legnagyobb részt **Neumann** (1965) már ismertetett munkáján alapul, három különböző érv támasztja alá. Az első kettő inkább tudományszociológiai jellegű érv és Kakutani életrajzára, illetve a tételt tartalmazó publikációjára támaszkodik. A harmadik tisztán a

matematika belső logikáján alapul és matematikai eszközökkel mutatja be, hogy Kakutani és Neumann fixponttétele bizonyos értelemben ekvivalens.

Kezdjük külső tudománytörténeti érvekkel. Kakutani 1911-ben született Japánban. Tanulmányainak elvégzése után, 1934-től az Osakai Egyetemen tanársegéd, ahol számos publikációja jelenik meg a funkcionálanalízis és az ergodelmélet témakörében. 1937-ben a Riemann-felületekről írott tanulmánya, amely később a doktori disszertációja lett, keltette fel Weyl érdeklődését, aki ennek hatására 1940-ben meghívta őt a híres princetoni kutatóintézetbe, ahol ebben az időben Neumann is tartózkodott. Kakutani nemcsak Weyl kutatócsoportjában dolgozott, hanem részt vett a Neumann köré csoportosult kutatók munkájában, akik ebben az időszakban főleg mértékelmélettel és ergodelmélettel foglalkoztak. Valószínűleg itt ismerkedhetett meg Neumann Jánosnak az *Általános gazdasági egyensúly egy modellje* című munkájával, amely egy matematikai szemináriumon, 1932-ben Princetonban elhangzott előadáson alapult. Először németül jelent meg 1938-ban egy **K. Menger** (a híres közgazdász fia) által szerkesztett kötetben, angolra **O. Morgenstern** fordította és csak 1945-ben jelent meg.

Mivel egy kutatócsoportban dolgoztak, valószínűsíthető, hogy Kakutani konzultált Neumannnal a kérdésről. Mindez abból is sejthető, hogy Kakutani egyrészt ismerte Neumannnak mindkét idekapcsolódó, de német nyelvű munkáját, azaz a már elemzett 1938-as tanulmányt, valamint a két személyes játékok egyensúlyi pontjának létezéséről szóló, 1928-ban megjelent *A társasjátékok elméletéhez* (Neumann [1965b]) című tanulmányát. Mindkét tanulmány szerepel Kakutani 1941-es cikkének hivatkozásai között. Másrészt Kakutani a mindössze három oldal terjedelmű cikkében saját tétele mellett ugyanolyan hangsúllyal szerepelteti mind az eredeti Neumann-féle fixponttételt, mind a szintén Neumann játékelméleti munkájából ismert „minimax” nyeregponi tételt, bemutatva, hogy saját tételének felhasználásával ezek könnyen bizonyíthatók.

Kevésbé valószínű azonban, hogy közvetlenül irányította volna Neumann Kakutani munkáját, mivel a köszönetnyilvánításkor Kakutani csak egy bizonyos **A. D. Wallace**-t említ, aki személyesen is segített neki a probléma megoldásában, korábbi gráfelméleti eredményeit felhasználva a fixponttal kapcsolatban.

A matematika belső logikájára építő érve azon alapul, hogy megmutatható (lásd pl.: **Kőhegyi** [2003]), hogy a Kakutani-féle fixponttétel és a Neumann-féle fixponttétel között kétirányú ekvivalencia áll fenn. Mivel azonban Neumann tétele időben előbb keletkezett, az tekinthető általánosabbnak, vagyis minden, a Kakutani-féle fixponttételre épülő eredmény tulajdonképpen a Neumann tételre épül.

A teljesség kedvéért meg kell említenünk, hogy a bizonyítás leegyszerűsítése vitathatatlanul Kakutani érdeme, mivel ő Neumann-tól eltérően simplexfelbontásra, illetve a Sperner lemmát felhasználó a Knaster-Kuratowski-Mazurkiewicz tétel (lásd például **Hegedűs és Zalai** [1978], 243. old.) bizonyításának gondolatmenetére alapozza a bizonyítást, amely a hivatkozásai között is megjelenik.

Az eddigieket figyelembe véve megállapíthatjuk, hogy a Neumann-féle fixponttételnek igen nagy szerep tulajdonítható a 20. századi matematika fejlődésében. A matematika minden olyan részterületén és minden olyan határterületén, ahol pont-halmaz leképezéseket használnak, Kakutani fixponttétele – amely Neumann tételén alapul – alapvető jelentőségű.

Alkalmazására egyik legjellemzőbb példa a játékelmélet, ahol például az elemzésekben kulcsszerepet betöltő, legjobb válasz (best reply) leképezés pont-halmaz leképezés. Mindezek miatt Kakutani tételét felhasználják a nevezetes Debreu–Friedman-tétel (lásd például **Forgó, Szép és Szidarovszky** [1999]) bizonyításánál, amely a Nash egyensúlyi pont létezését mondja ki általánosan, kvázikonkáv játékok esetére. A Debreu – Friedman-féle egzisztenciatétel tulajdonképpen Nash n-személyes egyensúlyi modelljének általánosításán alapul, aki szintén használta bizonyításában a Kakutani-féle fixponttételt. Nash modellje pedig éppenséggel Neumann (1965b) korábbi, kétszemélyes mátrixjátékok egyensúlyának létezését kimondó, „minimax” tételének általánosítása, tehát igazából Neumann tűzte ki a nemkooperatív játékok elméletének egyik alapvető célját (általános egzisztenciatétel) és az eszközt (fixponttétel) is tulajdonképpen ő szolgáltatva hozzá.

A Kakutani-féle fixponttétel másik fontos alkalmazási területe a matematikai közgazdaságtan. Ennek a határterületnek a kifejlesztésében Neumann szintén úttörő szerepet játszott. Ő használta ugyanis először az egyenlőtlenség, konvex halmaz, nyeregpon, illetve fixpont fogalmát ezen a területen, ezenkívül az operációkutatás mint önálló tudományág megjelenése is nagymértékben neki köszönhető. A közgazdasági általános egyensúly létezését, amelynek igazolásával már közel egy évszázada küszködtek a közgazdaságtant matematizált tudománnyá alakító közgazdászok, Arrow és Debreu (1954) bizonyította be szintén a pont-halmaz leképezések fixponttételének felhasználásával. Később Debreu általánosított alaptételére építve Uzawa (lásd például Csekő [2001]) kimutatta, hogy a „szokásos” feltételekkel adott gazdaság általános egyensúlya létezésének, illetve a pont-halmaz leképezések fixpontja létezésének bizonyítása azonos nehézségi osztályba tartozik, vagyis egyáltalán nem is lehetne belátni az egyensúly létezését a Neumann ötlete nyomán felhasznált fixponttétel nélkül.

NEUMANN MÓDSZERÉNEK TUDOMÁNYELMÉLETI JELENTŐSÉGE

Első látásra meglepő lehet, hogy vajon miért írja fel és elemzi olyan részletesen Neumann János a modell megoldásának egzisztenciabizonyításához nem is feltétlenül szükséges $\phi(\mathbf{x}, \mathbf{p})$ függvényt. Ennek indoklásaként tekintsük a következő gondolatmenetét: „*A topológiával való kapcsolat első látásra igen meglepő lehet, a szerző mégis úgy véli, hogy ez a kapcsolat természetes az effajta problémák esetében. Közvetlen oka, hogy felmerül egy bizonyos variációszámításból ismert minimum-maximum probléma. [...] A kérdés közeli rokonságban áll egy másik problémával, amely a játékelméletben merül fel.*

A $\phi(\mathbf{x}, \mathbf{p})$ függvény közvetlen értelmezése rendkívül kíváncsú volna. Szerepe hasonlónak tűnik a fenomenologikus termodinamika termodinamikai potenciáljaihoz; feltehető, hogy a hasonlóság fennáll teljes fenomenológiai általánosságban (függetlenül a mi megszorító idealizálásainktól)” (Neumann [1965a]).

A játékelmélettel való kapcsolat világos, a termodinamikával való kapcsolat azonban egyáltalán nem triviális. Ennek egyfajta értelmezését adja Bródy (1986). Neumann ezzel a különös mondatával azonban, az eddig bemutatott közvetlen és közvetett eredményeken is túlmutató, új távlatokat nyitott a társadalomtudományok számára. A fizikai metaforák – matematikai formalizmustól független – „legalizálásával” megteremtette az interdiszciplináris tárgyalásmód lehetőségét az egymástól távol eső hatókörrel rendelkező természet- és társadalomtudományok között.

Neumann János életművében a természettudományok igen jelentős szerepet töltenek be. Az a tény pedig, hogy a közgazdasági probléma és a termodinamikai probléma kapcsolatára ő maga hívja fel a figyelmet, elgondolkodtató lehet a tanulmány motivációit illetően is.

Később Neumann könyvet írt a „számológép” (mai szóhasználattal számítógép) és az idegrendszer működésének, akkori elméletek szerinti, hasonlóságairól. Megmutatta, hogy a kvantummechanika Heisenberg-féle mátrixos leírása, illetve Schrödinger-féle parciális differenciálegyenletes leírása matematikai értelemben ekvivalens. Tehát láthatóan foglalkoztatta őt különböző tudományterületek kapcsolódási pontjainak, illetve integrálási lehetőségeinek keresése. Felmerül tehát a kérdés, hogy a Neumann számára mindig is fontos alkalmazhatóságon kívül, nem az akkori társadalomtudományi elméletek és a természettudományos elméletek összekapcsolása és közös alapelveinek feltárása volt-e az elsődleges cél. Akárhogyan is, az elemzett tanulmányban nyújtott eredményeivel, Neumann János ismét nagymértékben segítette elő több tudományág fejlődését.

ÖSSZEFOGLALÁS

A gazdasági egyensúly egzisztenciájáról szóló tanulmány alapján igyekeztünk bemutatni azt a holisztikus tudományszemléleti hozzáállást, amely a 20. század e kiemelkedő alakjának különleges képességeivel párosulva annyi korszakalkotó elmélet felállításához vezetett. Megkíséreltük felvázolni a Neumann-féle közgazdasági modell kapcsolódási pontjait más elméletekhez és ezen

keresztül betekintést nyerni egyes elméletek kialakításának motivációs hátterébe. Mindennek fényében látható, hogy a látszólag különálló eszközöket és elméleteket, amelyek valamilyen módon kapcsolódnak akár a Neumann modellhez, akár a Neumann-féle fixponttételhez, mind egyfajta zseniális absztrakció eredményeként kapcsolt össze Neumann János. A kapcsolódás pedig nemcsak a matematikai módszereken, hanem a tartalmi metaforákon keresztül is nyomon követhető.

Az általános gazdasági egyensúly egy modellje című tanulmányában Neumann felvázol egy közgazdasági modellt, amelynek hatását a későbbi közgazdasági irányzatokra az a tény is mutatja, hogy éles vita folyik a modell eredetéről. Először a modellt, majd az eredetéről szóló vita főbb vonalait ismertettük.

Az általa felállított modellben az egyensúlyi megoldás létezését, Neumann elsőként egy fixponttétel felhasználásával bizonyítja. A fixponttétel, amelyet használ, Brouwer fixponttételének egy általánosítása, amelyet később Kakutani fogalmazott át. Ez a tétel a játékelméletben, a matematikai közgazdaságtanban és számos más területen is nélkülözhetetlen eszközzé vált.

Végezetül rámutattunk, hogy Neumann egy termodinamikai analógiát is használ az elemzés során, amely egyrészt kiemeli fixponttételének a játékelméleti nyeregponttételekkel való kapcsolót, másrészt jól tükrözi a más területeken végzett munkájában megnyilvánuló, sajátos integratív szemléletmódot.

Neumann János tudományok határain átívelő elméletei mind produktív termékei annak a holisztikus tudományos szemléletmódnak, amelynek keretében mindig meglátta egymástól igen távol eső konkrét problémák és absztrakt elméletek hasonlóságait és lehetséges kapcsolódási pontjait. Ez a fajta hozzáállás, amely nem rögzíti mereven és önkényesen a tudományterületek határait, minden tudós számára példaértékű lehet.

HIVATKOZÁSOK

- Arrow, J., K. (1973): Általános gazdasági egyensúly. In: Arrow, J., K. (1979): Egyensúly és döntés. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1979.
- Arrow, J. K.–Debreu, G. (1954): Az egyensúly létezése versenygazdaságban. Megjelent: Arrow, J. K.: Egyensúly és döntés. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1979.
- Bródy A. (1986): A fizika gazdaságtanáról. Szigma, 19.
- Forgó F.–Szép J.–Szidarovszky F. (1999): Introduction to the Theory of Games. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Boston, London.
- Hegedűs M.–Zalai E. (1978): Fixpont és egyensúly. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1979.
- Kakutani, S. (1941): A Generalization of Brouwer's Fixed Point Theorem. Duke Math. Journal 8.
- Kőhegyi Gergely: Fixponttételek nyomában. „Neumann János, a matematikus” pályázati dolgozat, Bolyai János Matematikai Társulat 2003.
- Neumann J. (1965a): Az általános gazdasági egyensúly egy modellje. In: Neumann János: Válogatott tanulmányok és előadások. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1979.
- Neumann J. (1965b): A társasjátékok elméletéhez. In: Neumann János: Válogatott tanulmányok és előadások. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1979.
- Neumann J. (1965c): A matematikus. In: Neumann János: Válogatott tanulmányok és előadások. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1979.
- Neumann J. (1965d): A matematika szerepe a modern tudományokban és a társadalomban. In: Neumann János: Válogatott tanulmányok és előadások. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1979.
- Neumann J. (1965e): A legújabb tudományos fejlődés hatása a gazdaságra és a közgazdaságtanra. In: Neumann János: Válogatott tanulmányok és előadások. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1979.
- Neumann J. (1972): A számológép és az agy. Gondolat, Budapest.
- Walras, L. (1874): A tiszta politikai gazdaságtan elemei, avagy a társadalmi gazdagság elmélete (részletek). Megjelent: Bekker Zsuzsa (szerk.): Gazdaságelméleti olvasmányok – Alapművek, alapirányzatok. Aula, Budapest, 2000.
- Koopmans, T., C. (1951): Activity Analysis of Production and Allocation. John Wiley and Sons, New York.
- Leontief, W. (1928): Die Wirtschaft als Kreislauf. Archiv für Sozialwissenschaft und Sozialpolitik. 60.
- Kurz, H., D.–Salvadori, N. (1995): Theory of Production. Cambridge University Press, New York.
- Zalai E. (2000a): Neumann János: Klasszikus vagy neoklasszikus? MTA, Budapest.
- Zalai E. (2000b): Matematikai Közgazdaságtan. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1979.
- Neumann János Társaság szemelvénygyűjteménye (1978): Szemelvények Neumann János életéből. Budapest.